

1 次の $u = u(x, t)$ に対する偏微分方程式の初期値問題

$$\begin{cases} u_t + \frac{x}{1+t^2}u_x = 0, & t > 0, x \in \mathbf{R}, \\ u(x, 0) = u_0(x), & x \in \mathbf{R} \end{cases}$$

を考える．ここで， u_0 は \mathbf{R} 上の既知関数とする．このとき，以下の問いに答えよ．

- (1) 特性曲線の方法を用いて，上の初期値問題の解の表示を求めよ．
- (2) u_0 が \mathbf{R} 上の C^1 級関数のとき，(1) で求めた関数を直接微分することにより，上の初期値問題の解になっていることを確かめよ．

2 次の $u = (u_1, u_2)^T$ ， $u_j = u_j(x, t)$ ($j = 1, 2$)，に対する偏微分方程式系の初期値問題

$$\begin{cases} u_{1t} + c_1 u_{1x} + c_2 u_{2x} = 0, & t > 0, x \in \mathbf{R}, \\ u_{2t} + c_1 u_{2x} + c_2 u_{1x} = 0, & t > 0, x \in \mathbf{R}, \\ u_1(x, 0) = u_{01}(x), & x \in \mathbf{R}, \\ u_2(x, 0) = u_{02}(x), & x \in \mathbf{R} \end{cases}$$

を考える．ここで， c_1, c_2 は実定数であり， $u_0 = (u_{01}, u_{02})^T$ は \mathbf{R} 上の既知関数とする．このとき，以下の問いに答えよ．

- (1) 特性曲線の方法を用いて，上の初期値問題の解の表示を求めよ．
- (2) u_0 が \mathbf{R} 上の C^1 級関数のとき，(1) で求めた関数を直接微分することにより，上の初期値問題の解になっていることを確かめよ．

レポート作成上の注意

- A 4 版のレポート用紙を使用し，表紙を付けること．表紙には科目名，レポート番号，学籍番号，氏名を記入すること．
- 最終的な答えだけでなく，途中計算を分かりやすく説明すること．
- ワードプロ，T E X 等は使用せず，手書きで（丁寧な字で）作成すること．
- レポートは次回の講義終了後に回収する．

関数方程式第 1 の H P の U R L

http://www.math.keio.ac.jp/~iguchi/Lectures/FE_2012.html