

1 次の線積分を計算せよ .

(1) $\oint_C y^2 ds$; C は領域 $\{(x, y); x^2 + y^2 < 1, x > 0\}$ の境界

(2) $\int_C (xy + yz + zx) ds$; $C : x = t, y = 1 - t, z = t^2$ ($0 \leq t \leq 1$)

2 C は原点 $(x, y) = (0, 0)$ を中心とする単位円周で , 原点を左に見て周るよう
向き付けられているとし ,

$$\mathbf{u}(x, y) = (u_1(x, y), u_2(x, y)) = \left(-\frac{y}{x^2 + y^2}, \frac{x}{x^2 + y^2} \right)$$

とする . このとき ,

(1) ベクトル場 \mathbf{u} の C 上の線積分 $\int_C u_1 dx + u_2 dy$ を計算せよ .

(2) 以下の議論の間違いを指摘せよ :

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_2}{\partial x}(x, y) &= \frac{1}{x^2 + y^2} - \frac{2x^2}{(x^2 + y^2)^2} \\ \frac{\partial u_1}{\partial y}(x, y) &= -\frac{1}{x^2 + y^2} + \frac{2y^2}{(x^2 + y^2)^2} \end{aligned}$$

より

$$\frac{\partial u_2}{\partial x}(x, y) - \frac{\partial u_1}{\partial y}(x, y) \equiv 0$$

したがって , B を原点を中心とする単位円の内部 (C の内部) とすると
Green の定理より

$$\int_C u_1 dx + u_2 dy = \iint_B \left(\frac{\partial u_2}{\partial x} - \frac{\partial u_1}{\partial y} \right) dx dy = 0$$

レポート作成上の注意

- A 4 版のレポート用紙を使用し , 表紙を付けること . 表紙には科目名 , レポート番号 , 学籍番号 , 氏名 , 所属学科を記入すること . (学事センターにある所定の表紙を使う必要はない .) レポートの左上をホチキス留めすること .
- 最終的な答えだけでなく , 途中計算を分かりやすく説明すること .
- ワードプロ , $\text{T}_\text{E}_\text{X}$ 等は使用せず , 手書きで (丁寧な字で) 作成すること .
- レポートは次回の講義終了後に回収する .