

1 $f_1, f_2 \in C^1(\mathbf{R})$ に対して, \mathbf{R} 上の関数 f および $\{f'\}$ を

$$f(x) := \begin{cases} f_1(x) & x > 0 \\ f_2(x) & x < 0 \end{cases} \quad \{f'\}(x) := \begin{cases} f_1'(x) & x > 0 \\ f_2'(x) & x < 0 \end{cases}$$

により定める. このとき,

$$f' = \{f'\} + (f_1(0) - f_2(0))\delta \quad \text{in } \mathcal{D}'(\mathbf{R})$$

が成り立つことを示せ. ただし, δ は Dirac の δ 関数である.

2 パラメーター $\varepsilon > 0$ に依存する \mathbf{R}^n 上の可積分関数 G_ε は以下の条件 (1)–(3) を満たしているとする:

$$(1) \quad G_\varepsilon(x) \geq 0 \quad (\forall x \in \mathbf{R}^n \quad \forall \varepsilon > 0)$$

$$(2) \quad \int_{\mathbf{R}^n} G_\varepsilon(x) dx = 1 \quad (\forall \varepsilon > 0)$$

$$(3) \quad \lim_{\varepsilon \rightarrow +0} \int_{|x| \geq \alpha} G_\varepsilon(x) dx = 0 \quad (\forall \alpha > 0)$$

このとき,

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow +0} G_\varepsilon = \delta \quad \text{in } \mathcal{D}'(\mathbf{R}^n)$$

が成り立つことを示せ. ただし, δ は Dirac の δ 関数である.

レポート作成上の注意

- A 4 版のレポート用紙を使用し, 表紙を付けること. 表紙には科目名, レポート番号, 学籍番号, 氏名を記入すること.
- 最終的な答えだけでなく, 途中計算を分かりやすく説明すること.
- ワードプロ, TEX 等は使用せず, 手書きで (丁寧な字で) 作成すること.
- レポートは次回の講義終了後に回収する.