レポート問題２ (関数方程式第１)　　　　Oct. 4, 2010 (Mon.)

$\boxed{1}$ 次の $u = u(x,t)$ に対する偏微分方程式の初期値問題

$$\begin{cases} u_t + \dfrac{x}{1+t^2} u_x = 0, & t > 0, x \in \mathbf{R}, \\ u(x,0) = u_0(x), & x \in \mathbf{R} \end{cases}$$

を考える．ここで，u_0 は $\mathbf{R}$ 上の既知関数とする．このとき，以下の問いに答えよ．

(1) 特性曲線の方法を用いて，上の初期値問題の解の表示を求めよ．

(2) u_0 が $\mathbf{R}$ 上の C^1 級関数のとき，(1) で求めた関数を直接微分することにより，上の初期値問題の解になっていることを確かめよ．

$\boxed{2}$ 次の $u = (u_1, u_2)^T$, $u_j = u_j(x,t)$ $(j = 1,2)$, に対する偏微分方程式系の初期値問題

$$\begin{cases} u_{1t} + c_1 u_{1x} + c_2 u_{2x} = 0, & t > 0, x \in \mathbf{R}, \\ u_{2t} + c_1 u_{2x} + c_2 u_{1x} = 0, & t > 0, x \in \mathbf{R}, \\ u_1(x,0) = u_{01}(x), & x \in \mathbf{R}, \\ u_2(x,0) = u_{02}(x), & x \in \mathbf{R} \end{cases}$$

を考える．ここで，c_1, c_2 は実定数であり，$u_0 = (u_{01}, u_{02})^T$ は $\mathbf{R}$ 上の既知関数とする．このとき，以下の問いに答えよ．

(1) 特性曲線の方法を用いて，上の初期値問題の解の表示を求めよ．

(2) u_0 が $\mathbf{R}$ 上の C^1 級関数のとき，(1) で求めた関数を直接微分することにより，上の初期値問題の解になっていることを確かめよ．

レポート作成上の注意

- Ａ４版のレポート用紙を使用し、表紙を付けること。表紙には科目名、レポート番号、学籍番号、氏名を記入すること。
- 最終的な答えだけでなく、途中計算を分かりやすく説明すること。
- ワープロ、ＴＥＸ等は使用せず、手書きで（丁寧な字で）作成すること。
- レポートは次回の講義終了後に回収する。

関数方程式第１のＨＰのＵＲＬ

http://www.math.keio.ac.jp/~iguchi/Lectures/FE_2010.html