

1] $f(x)$ を区分的に連続な 2π -周期関数とし, A_n を $f(x)$ の (複素形式の) Fourier 係数とする. このとき, 以下の問いに答えよ.

(1) 任意の三角多項式 $\sum_{n=-N}^N B_n e^{inx}$ に対して, 次の不等式が成り立つことを示せ:

$$\int_0^{2\pi} \left| f(x) - \sum_{n=-N}^N B_n e^{inx} \right|^2 dx \geq \int_0^{2\pi} \left| f(x) - \sum_{n=-N}^N A_n e^{inx} \right|^2 dx$$

(2) (1) の結果および Fejér の定理を用いて, 任意の 2π -周期連続関数に対して Parseval の等式が成り立つことを示せ.

2] (1) $f(x)$ を 2π -周期連続関数とし, a_n, b_n を $f(x)$ の Fourier 係数とする. このとき, Parseval の等式を a_n, b_n を用いて書き表わせ.

(2) $f(x) = x^2$ ($-\pi \leq x < \pi$) の Fourier 級数および Parseval の等式を用いて, 級数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4}$ の和を求めよ.

レポート作成上の注意

- A 4 版のレポート用紙を使用し, 表紙を付けること. 表紙には科目名, レポート番号, 学籍番号, 氏名, 所属学科を記入すること.
- 最終的な答えだけでなく, 途中計算を分かりやすく説明すること.
- ワードプロ, T E X 等は使用せず, 手書きで (丁寧な字で) 作成すること.
- レポートは次回の講義終了後に回収する.