レポート問題９ (関数方程式第１)　　Dec. 5, 2008 (Fri.)

1 $\varepsilon > 0$ に対して，$\mathbf{R}^n$ 上の関数 f_ε を

$$f_\varepsilon(x) = \frac{\varepsilon}{|x|^{n-\varepsilon}} \quad (x \in \mathbf{R}^n \setminus \{0\})$$

により定める.（$x = 0$ における値はどのように定めてもよい．$f_\varepsilon \in L^1_{\mathrm{loc}}(\mathbf{R}^n)$ であることに注意せよ.）このとき，以下の問いに答えよ.

(1) $\displaystyle\int_{|x|\le 1} f_\varepsilon(x)dx = \omega_n$ を示せ．ただし，ω_n は単位球面の表面積である.

(2) 任意の $\varphi \in B^1(\mathbf{R}^n)$ に対して

$$\lim_{\varepsilon\to+0}\int_{|x|\le 1} f_\varepsilon(x)\big(\varphi(x)-\varphi(0)\big)dx = 0$$

が成り立つことを示せ.

(3) $\lim\limits_{\varepsilon\to+0} f_\varepsilon = \omega_n\delta$ in $\mathcal{D}'(\mathbf{R}^n)$ を示せ．ただし，δ は Dirac の δ 関数である.

レポート作成上の注意

- Ａ４版のレポート用紙を使用し，表紙を付けること．表紙には科目名，レポート番号，学籍番号，氏名を記入すること.
- 最終的な答えだけでなく，途中計算を分かりやすく説明すること.
- ワープロ，ＴＥＸ等は使用せず，手書きで（丁寧な字で）作成すること.
- レポートは次回の講義終了後に回収する.